Lin. Algorithmische Geometrie
Übung 3

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2011 – (10. Mai 2011)
Prof. Michael Joswig – Benjamin Assarf

Gruppenübungen:

Aufgabe G1

Ein Algorithmus zum Berechnen der konvexen Hülle findet in vielen Problemstellungen seine Anwendung. Zum Beispiel kann man – mit Hilfe der konvexen Hülle im zweidimensionalen – eine Folge von Zahlen sortieren. Die konvexe Hülle von Punkten im zweidimensionalen ist ein Polygon. Man beachte, dass die Ecken eine zyklische Anordnung besitzen. Diese Tatsache lässt sich ausnutzen, um eine Folge von Zahlen $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ zu Sortieren.

Entwerfen Sie einen Sortieralgorithmus, welcher eine beliebige endliche Folge von reellen Zahlen mit Hilfe der Berechnung eines beliebigen Konvexe-Hülle-Algorithmus in $\mathbb{R}^2$ sortiert.
Was lernt man hieraus für untere Schranken zur Laufzeit von Konvexe-Hülle-Algorithmen?

Hausübungen:

Aufgabe H1

Definition: Der *Winkel* von $x \in \mathbb{R}^2$ zu $p \in \mathbb{R}^2$ ist hier der Winkel zwischen der Geraden durch x und p mit der Horizontalen durch p.
Betrachten Sie den folgenden Algorithmus.

input : Menge von Punkten $p_1, \dots, p_n \in \mathbb{R}^2$
output: Ecken der konvexen Hülle in zyklischer Reihenfolge

finde von den *untersten*, den am *weitesten rechts* liegenden Punkt und nenne diesen p_0;
sortiere die anderen Punkte aufsteigend nach ihrem Winkel zu p_0;
for α *auftretender Winkel* **do**
    lösche alle Punkte mit Winkel α zu p_0 außer demjenigen, der am weitesten entfernt liegt
initialisiere Stack S mit $S = (p_1, p_0)$ und $t = 1$, wobei t oberes Ende des Stacks bezeichnet;
setze $i = 2$;
while $i < n$ **do**
    if p_i *liegt strikt links der Strecke* $\overline{p_{t-1}p_t}$ **then**
        Push (p_i,S) und setze: $i = i + 1$;
    else
        Pop (S);
gebe Stack S aus;

Zeigen Sie die Korrektheit dieses Algorithmus und bestimmen Sie seine Laufzeit.