

Lin. Algorithmische Geometrie

Übung 1



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2011 – (18. April 2011)
Prof. Michael Joswig – Benjamin Assarf

Aufgabe G1 (Dimensionsformel für projektive Räume)

Sei $P(V)$ ein projektiver Raum. Für jede Menge $S \subseteq V$ ist $T = \{\text{lin}\{x\} : x \in S \setminus \{0\}\}$ eine Teilmenge von $P(V)$ und für den von S erzeugten Unterraum $\text{lin}S$ ist $P(\text{lin}S)$ ein projektiver Unterraum, den wir hier mit $\langle T \rangle$ bezeichnen. Zeigen Sie für zwei projektive Unterräume U und W von $P(V)$ die Dimensionsformel

$$\dim U + \dim W = \dim(\langle U \cup W \rangle) + \dim(U \cap W).$$

Aufgabe G2 (Satz von Carathéodory)

Ist $A \subseteq \mathbb{R}^n$ und $x \in \text{conv}A$, dann lässt sich x als Konvexkombination von höchstens $n + 1$ Punkten von A darstellen.

Hinweis: Jede Konvexkombination von $m \geq n + 2$ Punkten von A kann aufgrund der affinen Abhängigkeit dieser Punkte in eine Konvexkombination von $m - 1$ Punkten überführt werden.

Achtung: Aufgrund von einer Terminkollision mit einer anderen Veranstaltung findet die zweite Übung schon nächste Woche am 26.04.2011 statt. Danach geht es im Zweiwochenrhythmus weiter (d.h. dritte Übung ist am 10.04.2011).

Es handelt sich bei diesem Übungsblatt nur um Gruppenübungen. Auf den folgenden Übungsblättern wird es Hausübungen geben, welche in der Übung (15 Tage nach Ausgabe) abgegeben werden können.