Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. M. Joswig
Max Horn

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2006/2007 18.01.2007

Algorithmische Geometrie

10. Übung

Gruppenübungen

Es sei $\mathcal{T}$ eine beliebige Triangulierung von S, und es sei $\mathcal{D}$ eine Triangulierung von S, die die Delaunay-Zerlegung $\mathrm{DZ}(S)$ verfeinert.

Aufgabe G23 Es sei $x \in \operatorname{conv} S$ und $\mathbb{S}$ Sphäre um ein n-Simplex $\Delta \in \mathcal{T}$, das x enthält. Zeigen Sie, dass $\psi(x, \mathbb{S}) = 0$ genau dann gilt, wenn x eine Ecke von Δ ist.

Definiton. Die *inneren* Kanten einer ebenen Triangulierung sind diejenigen, die in zwei Dreiecken enthalten sind. Jede solche innere Kante spannt also ein Viereck Q aus zwei Dreiecken auf. Wir bezeichnen die Winkel zu den beiden Ecken von Q, die nicht auf der Kante liegen, als *gegenüberliegend*.

Aufgabe G24 Sei $S \subseteq \mathbb{R}^2$ eine Punktmenge in der Ebene. Zeigen Sie, dass $\mathcal{T}$ eine Verfeinerung von $\mathrm{DZ}(S)$ genau dann ist, wenn die Summe der Winkel, die jeder inneren Kante von $\mathcal{T}$ gegenüberliegen, kleiner als π ist.

Hausübungen

Aufgabe H18 Zu $x \in \operatorname{conv} S$ seien $\mathbb{S}, \mathbb{S}'$ Sphären um n-Simplexe aus $\mathcal{D}$, die x enthalten. Zeigen Sie

$$\psi_{\mathcal{D}}(x, \mathbb{S}) \;=\; \psi_{\mathcal{D}}(x, \mathbb{S}') \;.$$

Zur Wiederholung der projektiven Geometrie und zur Vertiefung des topologischen Verständnisses:

Aufgabe H19 Sei $\mathbb{K} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}\}$. Zeigen Sie:

(a) Die Quotiententopologie macht die Punktmenge des projektiven Raum $\mathbb{P}^n_{\mathbb{K}} = \mathbb{K}^{n+1}/\sim$ zu einem kompakten topologischen Raum.

(b) Jeder projektive Unterraum von $\mathbb{P}^n_{\mathbb{K}}$, aufgefasst als Teilmenge der Punktmenge, ist kompakt.