



Algorithmische Geometrie

3. Übung

Gruppenübungen

Aufgabe G6 Folgern Sie mittels des Geradheitskriteriums, dass für die Anzahl $f_{n,m}$ der Facetten eines zyklischen Polytops $Z_n(m)$ gilt

$$f_{n,m} = \begin{cases} \frac{m}{m-\frac{n}{2}} \binom{m-\frac{n}{2}}{m-n} & \text{falls } n \text{ gerade,} \\ 2 \binom{m-\frac{n+1}{2}}{m-n} & \text{falls } n \text{ ungerade.} \end{cases} \quad (1)$$

Aufgabe G7 Zeigen Sie für ein Polytop P :

1. Eine echte Seite von P ist eine Seite einer Facette von P .
2. Eine Seite einer Seite von P ist auch eine Seite von P .

Aufgabe G8 Für ein n -Polytop P gilt:

1. Der Durchschnitt einer Menge von Seiten von P ist eine Seite von P .
2. Jeder Grat von P ist der Durchschnitt von genau zwei Facetten von P .
3. Für jedes Paar (j, k) mit $0 \leq j \leq k < n$ ist eine j -Seite der Durchschnitt aller sie enthaltenden k -Seiten

Aufgabe G9 Der Schnitt eines Polytops mit einem beliebigen affinen Unterraum ist leer oder ein Polytop.

Hausübungen

Aufgabe H3 Zeigen Sie, dass $(\mathcal{F}(P), \subseteq)$ die folgenden Eigenschaften erfüllt:

1. Es gibt jeweils eine eindeutig bestimmte kleinste und größte Seite von P .
2. Zu je zwei Seiten $F, G \in \mathcal{F}(P)$ gibt es eine eindeutig bestimmte kleinste Seite $F \vee G$ mit $F \subseteq F \vee G$ und $G \subseteq F \vee G$.
3. Zu je zwei Seiten $F, G \in \mathcal{F}(P)$ gibt es eine eindeutig bestimmte größte Seite $F \wedge G$ mit $F \supseteq F \wedge G$ und $G \supseteq F \wedge G$.
4. Für $F, G, H \in \mathcal{F}(P)$ gilt $F \wedge (G \vee H) = (F \wedge G) \vee (F \wedge H)$.

Aufgabe H4 a) Bestimmen Sie den Seitenverband eines d -dimensionalen Simplex. b) Bestimmen Sie den Seitenverband eines d -dimensionalen Würfels.