Lin. Algorithmische Geometrie
Übung 2

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2011 – (26. April 2011)
Prof. Michael Joswig – Benjamin Assarf

Definition (Kombinatorischer Isomorphismus)**.** Ein *kombinatorischer Isomorphismus* zwischen zwei Polytopen ist ein (Halbordnungs-)Isomorphismus der Seitenverbände. Falls ein solcher kombinatorischer Isomorphismus existiert, heißen die Polytope auch *kombinatorisch äquivalent*. Der *kombinatorische Typ* eines Polytops ist der Isomorphietyp eines Seitenverbands.

Gruppenübungen:

Aufgabe G1

Zeigen Sie, dass jede affine Transformation eines Polytops P auf ein Polytop Q einen Isomorphismus der Seitenverbände $\mathscr{F}(P)$ nach $\mathscr{F}(Q)$ induziert.

Aufgabe G2

Geben Sie zwei kombinatorische äquivalente Polytope an, die nicht durch eine affine Transformation ineinander überführt werden können.

Hausübungen:

Aufgabe H1

(a) Geben Sie einen Algorithmus an, um von einer $\mathscr{H}$-Darstellung eines Polytops zu einer $\mathscr{V}$-Darstellung zu gelangen.

Hinweis: Betrachten Sie geeignete lineare Gleichungssysteme. Es ist ausreichend, eine möglicherweise redundante $\mathscr{V}$-Darstellung zu bekommen.

Zusatz: Was kann man tun, um anschließend aus einer redundanten $\mathscr{V}$-Darstellung nur die Ecken zu bekommen?

(b) Gegeben sei folgendes Polytop:

$$P = \left\{ x \in \mathbb{R}^4 : \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ \cos\frac{\pi}{6} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\cos\frac{\pi}{6} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} x \leq \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Benutzen Sie ihren Algorithmus aus der vorherigen Aufgabe um eine $\mathscr{V}$-Darstellung zu berechnen.