Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. M. Joswig
Max Horn

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

WS 2006/2007 21.12.2006

Algorithmische Geometrie

8. Übung

Gruppenübungen

Es sei $s \in \mathbb{R}^2$ und $H_\tau = [\tau : 0 : 1]$ die horizontale Gerade durch den Punkt $(0, -\tau)$. Ferner sei $\mathrm{Par}(s, H_\tau)$ die Menge der Punkte in $\mathbb{R}^2$, die gleichen Abstand haben zu s und H_τ.

Aufgabe G19 Bestimmen Sie eine Parametrisierung der Parabel $\mathrm{Par}(s, H_\tau)$ für $s \in \mathbb{R}^2$ und $\tau \in \mathbb{R}$ gegeben. Gesucht sind also $a, b, c \in \mathbb{R}$, so dass

$$\mathrm{Par}(s, H_\tau) \;=\; \left\{ \begin{pmatrix} x \\ ax^2 + bx + c \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} \right\} ,$$

unter der Voraussetzung $s_2 \neq \tau$.

Aufgabe G20 Gegeeben sei ein durch ein Polygon mit Ecken $V = \{v_1, \ldots, v_k\} \subset \mathbb{R}^2$ modelliertes Wohngebiet sowie eine Menge von Häusern an den Punkten $S = \{p_1, \ldots, p_m\}$. Entwerfen Sie einen Algorithmus, mit dem in Zeit $O((m + k) \log m)$ derjenige Ort q für ein weiteres Haus bestimmt werden kann, so dass der größte leere Kreis um q maximiert wird.

Hausübungen

Aufgabe H14 Sei $s = (s_1, s_2)^T \in \mathbb{R}^2$ ein Punkt mit $\tau = s_2$. Zeigen Sie, dass gilt

$$\lim_{\epsilon \to 0^+} \mathrm{Par}(s, H_{\tau-\epsilon}) \;=\; \left\{ \begin{pmatrix} s_1 \\ \sigma \end{pmatrix} : \sigma \geq s_2 \right\} .$$

Hierbei ist Konvergenz in der Hausdorffmetrik gemeint. Wie kann man damit die Strandlinie auch für nichtgenerische Zeiten definieren?

Aufgabe H15 Es sei S eine endliche Teilmenge von $\mathbb{R}^2$, B_τ die Strandlinie zum partiellen ebenen Voronoi-Diagramnm von S zum generischen Zeitpunkt τ. Zeigen Sie, dass zu jedem generischen Zeitpunkt τ es höchstens $2|S| - 2$ Knicke in der Strandlinie B_τ gibt.